

Ceintures de calcul mental 4^{ème}

Compétences travaillées : CA1 : Calculer de manière exacte et APP2 : Identifier ses besoins

Comment s'entraîner ?

- Au collège et à la maison.
- Les entraînements sont sur le site **Mathome** accessible à l'aide du QR code ci-dessous :



- Pour chaque thème, je peux effectuer les 5 calculs sur une feuille ou directement en ligne.

Comment valider une ceinture ?

- Dès que je me sens prêt(e), je peux demander à valider une ceinture en respectant l'ordre des ceintures.
- La validation des ceintures se fait en classe.
- Je dois valider tous les thèmes d'une ceinture pour la valider.
- Je dois faire seulement 0, 1 ou 2 erreurs par thème pour le valider.
- Je passe tous les thèmes en une seule fois dans le temps donné.
- Si tous les thèmes sont validés alors la ceinture est validée et je peux m'entraîner sur la ceinture suivante.
- Je note la date à laquelle j'ai validé ma ceinture.

Niveau de maîtrise d'une ceinture :

CA1 : Débutant (> 8 erreurs) Apprenti (de 5 à 8 erreurs)

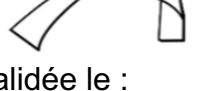
Confirmé (de 1 à 4 erreurs)

Expert (aucune erreur)

APP2 : Débutant (> 4 essais) Apprenti (3 essais)

Confirmé (2 essais)

Expert (1 essai)

CEINTURE BLANCHE  Validée le :	✓ Tables de multiplication de 2 à 10 ✓ Trouver le multiple ✓ Ajouter des fractions (même dénominateur) ✓ Multiplier par 10 ; 100 ; 1000
CEINTURE JAUNE  Validée le :	✓ Trouver le produit donnant un entier ✓ Trouver le diviseur ✓ Calculer 10% ; 50% d'un nombre ✓ Diviser par 10 ; 100 ; 1000
CEINTURE ORANGE  Validée le :	✓ Calculer le carré d'un nombre entier entre 1 et 12 ✓ Reconnaître un nombre premier ✓ Calculer la somme de deux entiers relatifs ✓ Écriture décimale d'une puissance de dix (exposant positif)
CEINTURE VERTE  Validée le :	✓ Donner la racine carrée d'un carré parfait de 1 à 144 ✓ Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers ✓ Trouver la fraction égale ✓ Multiplier par une puissance de dix (exposant positif)
CEINTURE BLEUE  Validée le :	✓ Calculer une somme algébrique ✓ Calculer 20% ; 30% ou 40% d'un nombre ✓ Ajouter des fractions (dénominateurs multiples) ✓ Écriture décimale d'une puissance de dix (exposant négatif)
CEINTURE MARRON  Validée le :	✓ Tableaux de proportionnalité ✓ Diviseurs parmi 2 ; 3 ; 5 ; 9 et 10 ✓ Fraction d'une quantité ✓ Multiplier par une puissance de dix (exposant négatif)
CEINTURE NOIRE  Validée le :	✓ Calculer le produit de deux entiers relatifs ✓ Simplifier une fraction ✓ Résoudre des équations du type $x + a = b$ ou $x - a = b$ ✓ Résoudre des équations du type $a x = b$

Astuces pour les ceintures de calcul mental

Ceinture blanche

⇒ Tables de multiplication de 2 à 10

Il existe de nombreuses méthodes pour les retenir. Celle des doigts de la main est assez simple, mais il faut tenter de **mémoriser** les résultats pour gagner en efficacité.

⇒ Trouver le multiple

Le multiple d'un nombre donné est le nombre qui se trouve dans la table de multiplication du nombre donné. Exemple : 16 est un multiple de 8 car 16 est dans la table de 8.

Remarque : **Le multiple est plus grand ou égal au nombre donné.**

⇒ Ajouter des fractions (même dénominateur)

On ajoute les numérateurs (nombres au-dessus du trait de fraction) et on garde le même dénominateur (nombre au-dessous du trait de fraction).

⇒ Multiplier par 10 ; 100 ; 1000

Chaque chiffre gagne 1, 2 ou 3 rangs dans l'écriture décimale.

Le chiffre des unités est le plus facile à repérer.

$42,6 \times 100 = 4260$ Le chiffre **2** des unités devient celui des centaines (unité multipliée par 100).

Ceinture jaune

⇒ Trouver le produit donnant un entier

Il faut écrire le nombre donné sous la forme d'un produit de deux entiers compris entre 1 et 10.

$18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$; $80 = 8 \times 10$

⇒ Trouver le diviseur

Le diviseur d'un nombre donné est le nombre entier qui a le nombre donné dans sa table de multiplication. Exemple : 4 est un diviseur de 12 car 12 est dans la table de multiplication de 4.

Remarque : **Le diviseur est plus petit ou égal au nombre donné.**

⇒ Calculer 10% ; 50% d'un nombre

10% c'est un dixième : $10\% = \frac{1}{10}$. Calculer 10% d'un nombre revient à le diviser par 10.

50% c'est un demi, la moitié : $50\% = \frac{1}{2}$. Calculer 50% d'un nombre revient à le diviser par 2.

⇒ Diviser par 10 ; 100 ; 1000

Chaque chiffre perd 1, 2 ou 3 rangs dans l'écriture décimale.

$7\,413 \div 100 = 74,13$ Le chiffre **3** des unités devient celui des centièmes (unité divisée par 100).

Ceinture orange

⇒ Calculer le carré d'un nombre entier entre 1 et 12

Le carré d'un nombre a , noté a^2 , est le résultat du produit $a \times a$.

Il faut connaître les **carrés parfaits de 1 à 144**.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

⇒ Reconnaître un nombre premier

Un nombre premier est un nombre entier qui n'est divisible que par 1 et lui-même. Il a exactement deux diviseurs. Les nombres premiers inférieurs à 30 sont : **2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29**.

⇒ Calculer la somme de deux entiers relatifs

Il y a deux cas !

Ils ont le même signe.

$$(+3) + (+5) = +8 \text{ ou } 8$$

$$(-4) + (-2) = -6$$

Ils n'ont pas le même signe.

$$(+3) + (-5) = -2$$

$$(+4) + (-2) = +2 \text{ ou } 2$$

⇒ Écriture décimale d'une puissance de dix (exposant positif)

Les puissances de dix d'exposants positifs permettent d'écrire des grands nombres.

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ (1 suivi de 3 zéros) 1 000 est l'écriture décimale de 10^3 .

10^3 se lit « 10 puissance 3 » : 3 est l'exposant, il indique combien il y a de 10 à multiplier et par conséquent, combien il y a de zéros à écrire après le 1.

Par convention : $10^0 = 1$

CEINTURE VERTE

⇒ Donner la racine carrée d'un carré parfait de 1 à 144

C'est l'inverse de calculer le carré d'un nombre. Il faut connaître **les carrés parfaits de 1 à 144**.

⇒ Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers

Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers, c'est l'écrire comme résultat d'une multiplication avec seulement des nombres premiers parmi 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13.

Ex : $18 = 2 \times \underbrace{9}_{3 \times 3} = 2 \times 3 \times 3$ $2 \times 3 \times 3$ est la décomposition en produit de facteurs premiers de 18.

⇒ Trouver la fraction égale

On cherche le **nombre** qui multiplie le numérateur (ou le dénominateur) de l'un pour obtenir le numérateur (ou le dénominateur) de l'autre. On multiplie ensuite le dénominateur (ou le numérateur) connu par ce **nombre**.

Ex : $\frac{6}{5} = \frac{?}{35}$ Le nombre cherché est 42 car $5 \times 7 = 35$ et $6 \times 7 = 42$

⇒ Multiplier par une puissance de dix (exposant positif)

Multiplier un nombre par une puissance de dix d'exposant positif, revient à le multiplier par 10 ; 100 ; 1000 ...

CEINTURE BLEUE

⇒ Calculer une somme algébrique de deux termes

Une somme algébrique de deux termes est une addition entre deux entiers relatifs écrits sans parenthèses.

$$6 + 2 = 8 \quad ; \quad 6 - 2 = 4 \quad ; \quad 2 - 6 = 2 + (-6) = -4 \quad ; \quad -2 - 6 = -2 + (-6) = -8 \quad ; \quad -2 + 6 = 4$$

⇒ Calculer 20% ; 30% ; 40 d'un nombre

20% c'est le double de 10% : donc cela revient à multiplier par 2, puis diviser par 10.

30% c'est le triple de 10% : donc cela revient à multiplier par 3, puis diviser par 10.

40% c'est le quadruple de 10% : donc cela revient à multiplier par 4, puis diviser par 10.

⇒ Ajouter des fractions (dénominateurs multiples)

Pour ajouter deux fractions, il faut qu'elles aient le **même dénominateur**. On repère la fraction qui a le plus petit dénominateur. On écrit ensuite une fraction égale à celle-ci pour qu'elle ait le même dénominateur que la fraction qui a le plus grand dénominateur.

Ex : $\frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{8}{12}$ car $\frac{1}{4}$ est la fraction qui a le plus petit dénominateur et 12 est le plus grand dénominateur.

On écrit une fraction égale à $\frac{1}{4}$ de dénominateur 12. On obtient $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. Puis on ajoute $\frac{3}{12}$ et $\frac{5}{12}$, ce qui donne $\frac{8}{12}$.

⇒ Écriture décimale d'une puissance de dix (exposant négatif)

Les puissances de dix d'exposants négatifs permettent d'écrire des petits nombres.

10^{-3} c'est l'inverse de 10^3 , ce qui s'écrit $\frac{1}{1000}$ ou 0,001 en écriture décimale.

L'exposant indique combien il y a de zéros à écrire avant le 1.

Ceinture marron

⇒ Tableaux de proportionnalité

Pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut chercher le coefficient de proportionnalité, c'est à dire l'unique nombre qui multiplie les valeurs de la 1^{ère} ligne pour donner celles de la 2^{ème} ligne, puis utiliser ce coefficient pour calculer la valeur inconnue.

3	5	4
18	?	24

Le coefficient de proportionnalité est **6** car $18 \div 3 = 24 \div 4 = 6$,

donc **?** = $5 \times 6 = 30$

⇒ Diviseurs parmi 2 ; 3 ; 5 ; 9 et 10

Définition : Être divisible par un nombre, signifie être dans la table de ce nombre.

Pour savoir si un nombre a des diviseurs parmi 2 ; 3 ; 5 ; 9 et 10, il faut connaître les règles suivantes :

- Un nombre est **divisible par 2** s'il est pair : donc s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre est **divisible par 3** (ou par 9) si la somme de ses chiffres est divisible par 3 (ou 9).

723 est divisible par 3 car $7 + 2 + 3 = 12$ et 12 est divisible par 3, mais 723 n'est pas divisible par 9 car 12 n'est pas divisible par 9.

- Un nombre est **divisible par 5** s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre est **divisible par 10** s'il se termine par 0.

⇒ Fraction d'une quantité

Calculer $\frac{5}{8}$ de 56 revient à diviser 56 par 8 (pour trouver $\frac{1}{8}$), puis multiplier le résultat par 5.

$$\frac{5}{8} \times 56 = (56 \div 8) \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

⇒ Multiplier par une puissance de dix (exposant négatif)

Multiplier un nombre par une puissance de dix d'exposant négatif, revient à le diviser par 10 ; 100 ; 1000 ...

Ceinture noire

⇒ Calculer le produit de deux entiers relatifs

On commence par déterminer le signe du produit en sachant que :

- le produit d'un positif et d'un négatif est **négatif** ;
- le produit de deux négatifs (ou deux positifs) est **positif** et on fait la multiplication sans les signes.

⇒ Simplifier une fraction

Pour simplifier une fraction, il faut trouver le plus grand diviseur commun au numérateur et au dénominateur. On obtient une fraction irréductible (c'est à dire que l'on ne peut plus simplifier).

$$\frac{16}{10} = \frac{\cancel{2} \times 8}{\cancel{2} \times 5} = \frac{8}{5} \quad ; \quad \frac{9}{27} = \frac{1 \times \cancel{9}}{3 \times \cancel{9}} = \frac{1}{3}$$

⇒ Résoudre des équations du type $x + a = b$ ou $x - a = b$

Il faut remonter le calcul pour trouver l'inconnue en partant du résultat et en utilisant les opérations **contraires**.

$$\begin{array}{lcl} x + 30 = -72 & ; & y - 16 = -5 \\ x = -72 - 30 & & y = -5 + 16 \\ x = -102 & & y = 11 \end{array}$$

⇒ Résoudre des équations du type $a \times x = b$

Il faut remonter le calcul pour trouver l'inconnue en partant du résultat et en utilisant l'opération **inverse**. $-8x$ veut dire $-8 \times x$

$$\begin{array}{l} -8x = -48 \\ x = -48 \div (-8) \\ x = 6 \end{array}$$